Zadanie 3

Dla poniższych funkcji użyteczności dwóch osób funkcjonujących w modelu czystej wymiany proszę wykonać następujące polecenia:

a) Narysuj diagram Edgewortha dla zasobów początkowych ω_A^x, ω_A^y, ω_B^x, ω_B^y. W rozwiązaniach graficznych postaraj się uniknąć sytuacji, w której alokacja początkowa znajduje się na którejś z przekątnych diagramu.
b) Narysuj krzywe obojętności przechodzące przez punkt zasobu początkowego.
c) Zaznacz obszar, do którego należą punkty, które są lepsze niż sytuacja początkowa z punktu widzenia obydwu uczestników.
d) Znajdź równanie krzywej kontraktu.
e) Narysu krzywą kontraktu.

Wiedząc, że ω_{1x}=10, ω_{1y}=10, ω_{2x}=20, ω_{2y}=20:

1) Narysuj diagram Edgewortha.

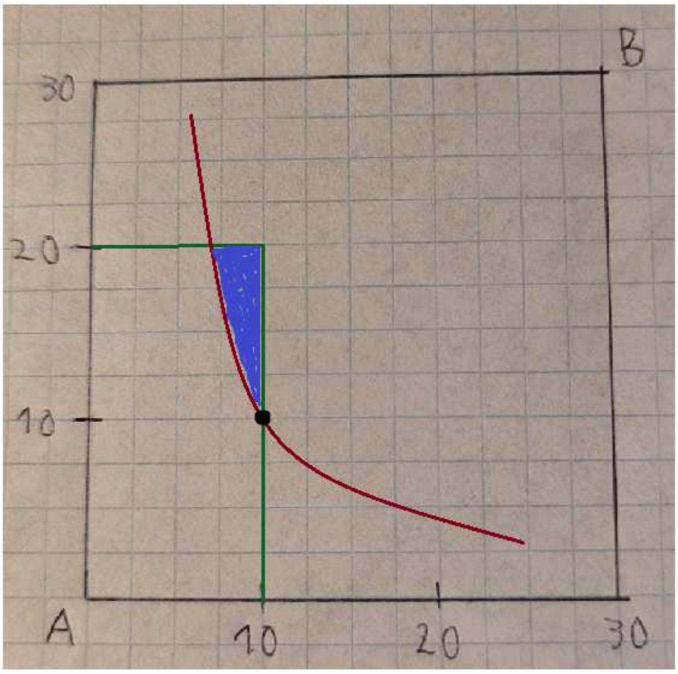
2) Znajdź, popyty obydwu uczestników na oba dobra.

3) Znajdź równowagową relację cen.

dla wszystkich podpunktów.

V. $U1(x,y)=x^2y^{0,5}$ => f.Cobb-Douglas'a**, $U2(x,y)=\min\{x,2y\}$** => f.Leontief'a

Dla uproszczenia nazwijmy osobę pierwszą osobą A oraz analogicznie osobę drugą osobą B

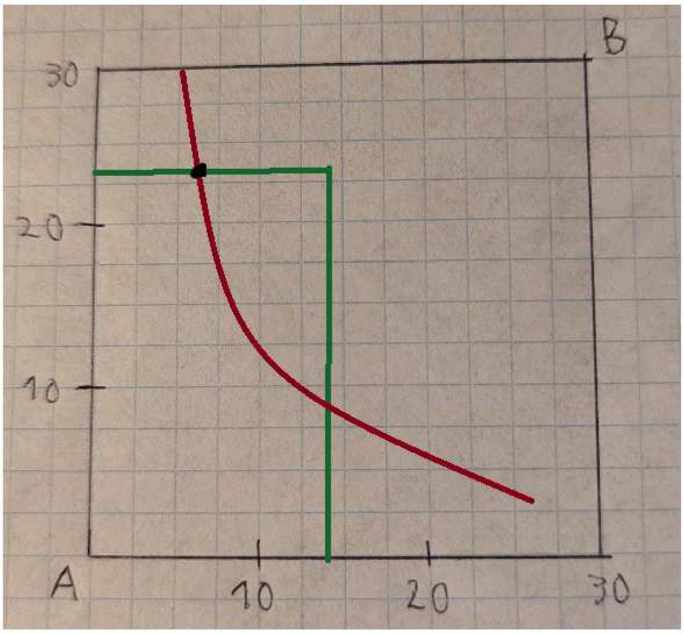


Na podanym diagramie Edgewortha zostały zaznaczone krzywa obojętności osób A (kolor czerwony) i B (kolor zielony) oraz punkt zasobu początkowego.

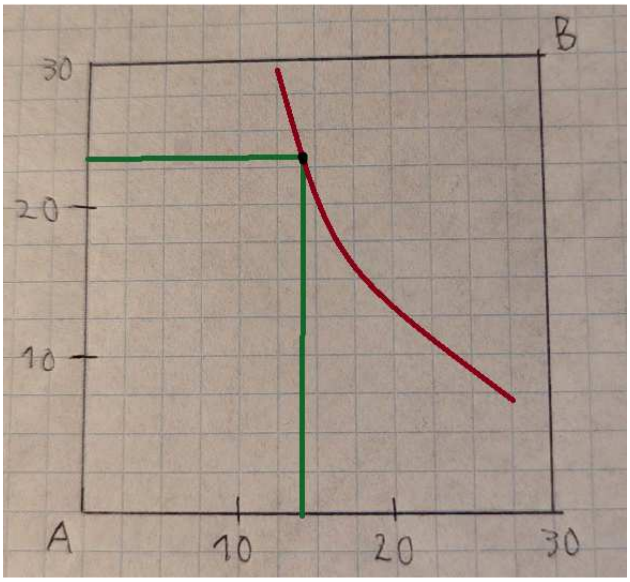
Pole zamalowane kolorem niebieskim oznacza obszar punktów, które są lepsze niż alokacja początkowa (jądro wymiany). Jest tak, ponieważ w każdym punkcie tego obszaru (i) użyteczność którejś z osób (lub nawet obu) będzie większa od początkowej i (ii) użyteczność żadnej osoby nie zmaleje.

Zauważmy, że krzywa kontraktu będzie przechodziła przez wierzchołki mapy krzywych Leontief'a. Wyjaśnienie:

zaznaczamy losowy punkt na diagramie i przeprowadzamy przez niego krzywe obojętności osób A i B.

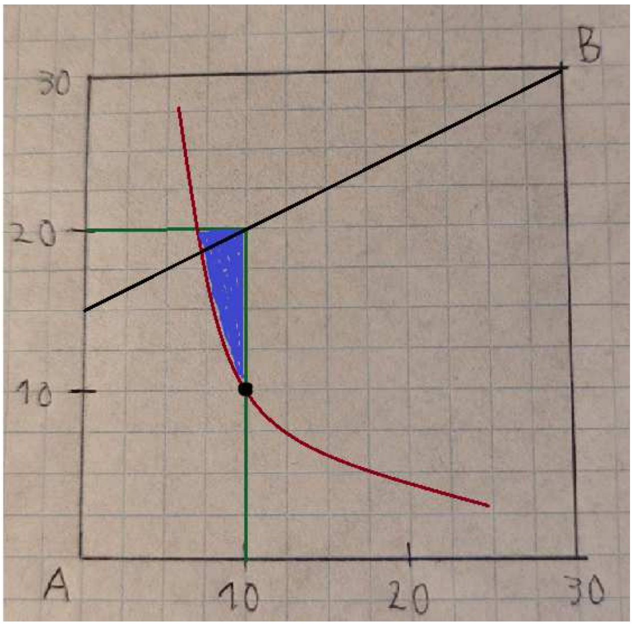


gdybyśmy przesunęli się na punkt wierzchołkowy funkcji min{x,2y} to użyteczność osoby B pozostałaby bez zmian, a użyteczność osoby A zwiększyłaby się:



Krzywą kontraktu $y_a(x_a)$ można wyprowadzić z następujących warunków:

1) max $U_b(x,y)=\min\{x_B,2y_B\}$ => $x_B = 2y_B$
2) $x_B + x_A = 30$ oraz $y_B + y_A = 30$ => $x_B = 30 - x_A = 2(30 - y_A)$ => $\mathbf{y_A = 15 + \frac{x_A}{2}}$
   alternatywne rozwiązanie można uzyskać bezpośrednio z $U_b(x,y)$ => $\mathbf{y_B = \frac{x_B}{2}}$
3) sprawdzanie warunków brzegowych dla $y_A \in [0,15)$: jeśli na tym odcinku będzie zasób początkowy => B będzie znajdować się nie w wierzchołku swojej krzywej obojętności => B będzie chciał przesunąć się do $(x_A,y_A)=[0,15]$ => rozwiązanie brzegowe nie jest częścią krzywej kontraktu



Przyjmijmy numeraire $p_y = 1$ => $p_x/p_y = p_x$

Teraz zajmiemy się warunkami, dzięki którym wyznaczymy równowagową relację cen oraz popyty obydwu uczestników na oba dobra:

1. Optymalne wybory konsumentów:

MRS_B – nie da się policzyć, ponieważ jest to funkcja min{x,2y}, czyli nie da się zastąpić straty dobra x żadną ilością dobra y i na odwrót

$|MRS_{Axy}| = \frac{p_x}{p_y} \rightarrow \frac{4y_A}{x_A} = \frac{p_x}{p_y} = p_x$ Dla konsumenta A

2. Najpierw wyznaczmy popyty obu osób na oba dobra:

<u>Ograniczenie budżetowe dla osoby A (*m* oznacza dochód):</u>

$p_x x_A + p_y y_A = m_a = p_x w_{xA} + p_y w_{yA} \rightarrow y_A = \frac{m_A - p_x x_A}{p_y}$

podstawiamy $p_x = \frac{4y_A}{x_A}$ → $y_A = \frac{m_A - \frac{4y_A}{x_A}x_A}{p_y} = \frac{m_A - 4y_A}{p_y} = \frac{m_A}{p_y} - \frac{4y_A}{p_y}$

ponieważ przyjęliśmy $p_y = 1$ → $5y_A = m_A$ → $\mathbf{y_A = \frac{m_A}{5}}$ **Popyt osoby A na dobro y**

$x_A = \frac{m_A - p_y y_A}{p_x}$ oraz $y_A = \frac{m_A}{5}$ oraz $p_y = 1$

$x_A = \frac{m_A - \frac{m_A}{5}}{p_x} = \frac{4m_A - p_x x_A}{4p_x} = \mathbf{\frac{4m_A}{5p_x}}$ **Popyt osoby A na dobro x**

$m_A = p_x w_{xA} + p_y w_{yA} = p_x x_A + p_y y_A$ → $10p_x + 10 = p_x x_A + y_A$

$x_A = \frac{4(10p_x+10)}{5p_x} = 8 + \frac{8}{p_x}$

$y_A = \frac{10p_x+10}{5} = 2p_x + 2$

<u>Ograniczenie budżetowe dla osoby B:</u>

$p_x x_B + p_y y_B = m_B = p_x w_{xB} + p_y w_{yB}$

podstawiamy $x_B = 2y_B$ oraz $p_y = 1$

$p_x 2y_B + y_B = m_B$

$y_B (2p_x + 1) = m_B$

$\mathbf{y_B = \frac{m_B}{2p_x+1}}$ **Popyt osoby B na dobro y**

podstawiamy $y_b = \frac{x_B}{2}$ oraz $p_y = 1$ do równania budżetowego

$p_x x_B + \frac{x_B}{2} = m_B$

$x_B (p_x + \frac{1}{2}) = m_B$

$\mathbf{x_B = \frac{m_B}{p_x + \frac{1}{2}}}$ **Popyt osoby B na dobro x**

$m_B = p_x w_{xB} + p_y w_{yB} = p_x x_B + p_y y_B$ → $20p_x + 20 = p_x x_B + y_B$

$x_B = \frac{20p_x + 20}{p_x + \frac{1}{2}}$

$y_B = \frac{20p_x + 20}{2p_x+1}$

Pozostało wyznaczyć p_x poprzez rozwiązanie:

$y_B + y_A = 30 = \frac{20p_x + 20}{2p_x+1} + 2p_x + 2$

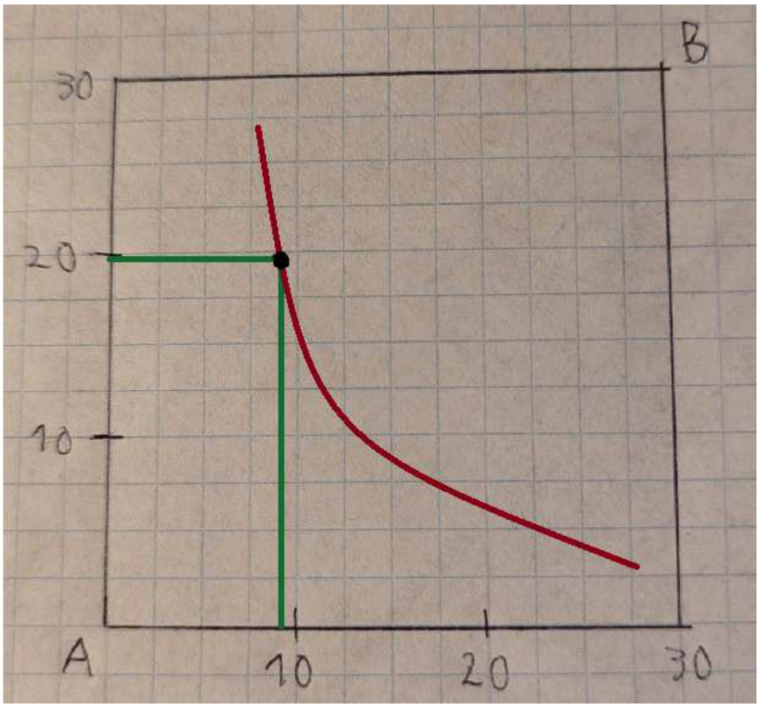
Nie jest on zbyt przyjemny, więc korzystamy z WolframAlpha:
https://www.wolframalpha.com/input?i2d=true&i=30+%3D+Divide%5B%5C%2840%2920p++%2B+20+%5C%2841%29%2C%5C%2840%292p%2B1+%5C%2841%29%5D+%2B2p%2B2

$p_x = \frac{17}{4} - \frac{\sqrt{321}}{4} \approx -0{,}23$ lub $p_x = \frac{17}{4} + \frac{\sqrt{321}}{4} \approx 8{,}73$

Więc otrzymujemy następujące wartości:

$\boldsymbol{p_x = 8,73}$ **x_a = 8,92** **x_b = 21,08**

$\boldsymbol{p_y = 1}$ **y_a = 19,46** **y_b = 10,54**



czyli B przesunie się z (20,20) do (21,11)

A przesunie się z (10,10) do (9,19)